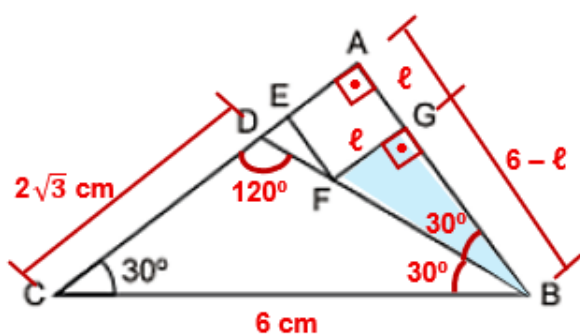


TRIGONOMETRIA EM UM TRIÂNGULO QUALQUER

36. Letra [E]

Seja ℓ o lado do quadrado.

Como AEFG é um quadrado, segue que o triângulo ABC é retângulo. Logo, $\hat{A}BC = 60^\circ$. Além disso, sabemos que BD é bissetriz de $\hat{A}BC$ e, portanto, $\hat{A}BD \equiv \hat{C}BD = 30^\circ$. Daí, segue que $\hat{B}DC = 120^\circ$.



Aplicando a Lei dos Senos no triângulo BCD, obtemos:

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \hat{B}DC} = \frac{\overline{CD}}{\sin \hat{C}BD} \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \overline{BC} = 6 \text{ cm.}$$

Assim, no triângulo ABC, temos que:

$$\cos \hat{A}BC = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{AB} = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3 \text{ cm.}$$

Por conseguinte, do triângulo BGF, vem:

$$\text{tg} \hat{A}BD = \frac{\overline{GF}}{\overline{BG}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\ell}{3-\ell} \Leftrightarrow \ell = \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2} \text{ cm.}$$

37. Letra [B]

No triângulo ABC, $\hat{A}BC = 45^\circ$, aplicando o teorema dos senos, temos:

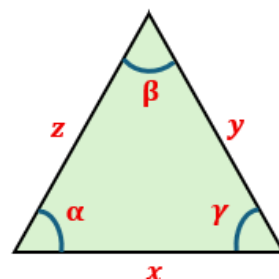
$$\frac{50}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow BC \cdot \sqrt{2} = 50 \Leftrightarrow BC = 25\sqrt{2}$$

No triângulo BDC, temos:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow h = 12,5\sqrt{2}$$

38. Letra [D]

A partir do enunciado, e considerando a figura abaixo, pela Lei dos Senos, temos:



$$(i) \frac{y}{\sin \alpha} = \frac{z}{\sin \gamma} \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{y}{z} = 1 \rightarrow y = z$$

$$(ii) \frac{y}{\sin \alpha} = \frac{x}{\sin \beta} \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{y}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow y = \frac{3}{5} \cdot x$$

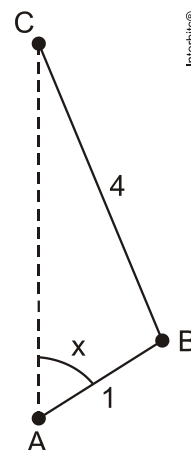
Como o perímetro do triângulo é 44, temos:

$$x + y + z = 44 \rightarrow x + \frac{3}{5} \cdot x + \frac{3}{5} \cdot x = 44 \rightarrow 5x + 3x + 3x = 220 \rightarrow x = 20$$

O maior lado do triângulo é 20, pois os outros lados são: $y = z = 12$.

39. Letra [D]

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, vem:



$$4^2 = \overline{AC}^2 + 1^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \cos x$$

$$15 = (\overline{AC} - \cos x)^2 - \cos^2 x$$

$$(\overline{AC} - \cos x)^2 = 15 = \cos^2 x$$

$$\overline{AC} - \cos x = \sqrt{15 + \cos^2 x}$$

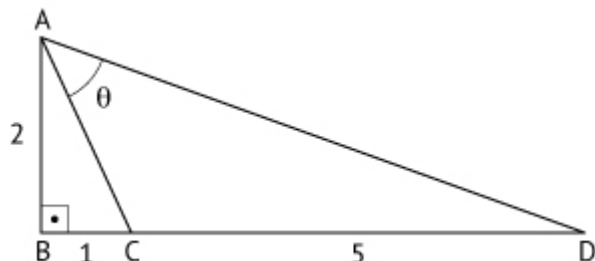
$$\overline{AC} = \sqrt{15 + \cos^2 x} + \cos x$$

Como $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, temos:

$$\overline{AC} = \sqrt{16 - \sin^2 x} + \cos x$$

40. Letra [C]

Na figura dada no enunciado, tem-se:



Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, nos dois triângulos retângulos ABC e ABD, tem-se:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \rightarrow \overline{AC}^2 = 2^2 + 1^2$$

$$\rightarrow \overline{AC} = \sqrt{5}$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 \rightarrow \overline{AD}^2 = 2^2 + 6^2$$

$$\rightarrow \overline{AD} = 2\sqrt{10}$$

Aplicando-se a Lei dos Cossenos no triângulo ACD, temos:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \theta$$

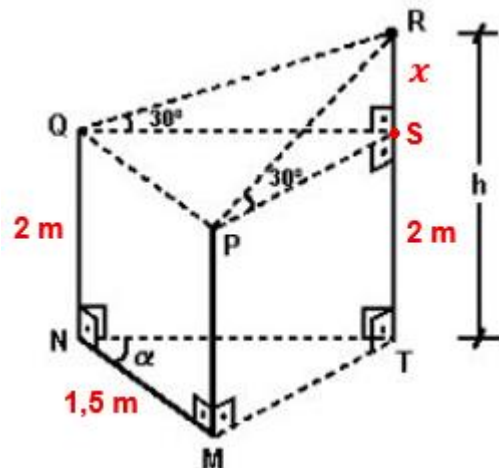
$$5^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{10})^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \cos \theta$$

$$4 \cdot \sqrt{50} \cdot \cos \theta = 5 + 40 - 25$$

$$\cos \theta = \frac{20}{20\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Logo, $\theta = 45^\circ$.

41. Letra [B]



(i) Como $\triangle QRS \sim \triangle PRS$, então $\overline{QS} = \overline{PS}$ e $\overline{NT} = \overline{MT}$.

Aplicando a Lei dos Cossenos no $\triangle MNT$, temos:

$$\overline{MT}^2 = \overline{NT}^2 + \overline{NM}^2 - 2 \cdot \overline{NT} \cdot \overline{NM} \cdot \cos \alpha$$

$$\overline{NT}^2 = \overline{NT}^2 + (1,5)^2 - 2 \cdot \overline{NT} \cdot (1,5) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \overline{NT} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot \overline{NT} = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{3} \cdot \overline{NT} = 3 \rightarrow \overline{NT} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Logo, $\overline{QS} = \sqrt{3}$.

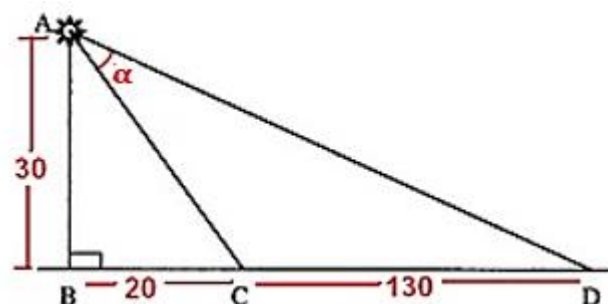
(ii) No triângulo retângulo QRS, temos:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\overline{RS}}{\overline{QS}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\sqrt{3}} \rightarrow$$

$$\overline{RS} = x = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 1$$

(iii) Logo, se $h = x + 2$, temos $h = 1 + 2$, ou seja, $h = 3$ m.

42. Letra [B]



Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos ABC e ABD, temos:

$$(i) \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 30^2 + 20^2$$

$$\overline{AC}^2 = 900 + 400 = 1300 \rightarrow \overline{AC} = \sqrt{1300}$$

$$\overline{AC} = 10\sqrt{13} \text{ m}$$

$$(ii) \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = 30^2 + 150^2$$

$$\overline{AD}^2 = 900 + 22500 = 23400$$

$$\overline{AD} = \sqrt{23400} = 30\sqrt{26} \text{ m}$$

Aplicando-se a Lei dos Cossenos no $\triangle ACD$, temos:

$$(iii) \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \alpha$$

$$130^2 = (\sqrt{1300})^2 + (\sqrt{23400})^2 - 2 \cdot (10\sqrt{13}) \cdot (30\sqrt{26}) \cdot \cos \alpha$$

$$16900 = 1300 + 23400 - 7800\sqrt{2} \cdot \cos \alpha$$

$$7800\sqrt{2} \cdot \cos \alpha = 7800 \rightarrow \cos \alpha = \frac{7800}{7800\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ$$