

GABARITO DO TESTE DE GEOMETRIA – 4º Bimestre/2025

1. (i) Inicialmente determina-se os seguintes valores trigonométricos:

$$\begin{aligned} \bullet \cos\left(\frac{43\pi}{6}\right) &= \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \bullet \sin\left(\frac{34\pi}{3}\right) &= \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \bullet \cos\left(\frac{26\pi}{3}\right) &= \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \\ \bullet \operatorname{tg} 3120^\circ &= \operatorname{tg} 240^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(ii) Logo, calculando o valor da expressão tem-se:

$$E = \frac{4 \cdot \left[\cos\left(\frac{43\pi}{6}\right)\right]^2 + 6 \cdot \sin\left(\frac{34\pi}{3}\right)}{(\operatorname{tg} 3120^\circ)^2 - \cos\left(\frac{26\pi}{3}\right)} = \frac{4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 6 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(\sqrt{3})^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{4 \cdot \frac{3}{4} - 3\sqrt{3}}{3 + \frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot (1 - \sqrt{3})}{\frac{7}{2}}$$

$$E = 3 \cdot (1 - \sqrt{3}) \cdot \frac{2}{7} \rightarrow E = \frac{6 \cdot (1 - \sqrt{3})}{7}$$

Resposta: $E = \frac{6 \cdot (1 - \sqrt{3})}{7}$

2. Determinando o valor do parâmetro **w** através do período da função e o valor do coeficiente **A** através do valor máximo ou mínimo da função:

$$(i) p = \frac{2\pi}{|c|} \rightarrow 3\pi = \frac{2\pi}{w} \rightarrow w = \frac{2\pi}{3\pi} \rightarrow w = \frac{2}{3}$$

$$(ii) f_{\min} = A \cdot \sin(w \cdot t) \rightarrow -5 = A \cdot (-1) \rightarrow A = 5$$

Portanto, $f(x) = 5 \cdot \sin\left(\frac{2}{3}x\right)$

Resposta: Letra E

3. A condição de existência da razão seno é: $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Substituindo pela expressão do seno, tem-se:

$$-1 \leq \frac{5k - 2}{3} \leq 1 \rightarrow (\times 3) \rightarrow -3 \leq 5k - 2 \leq 3 \rightarrow (+2) \rightarrow -1 \leq 5k \leq 5 \rightarrow (\div 5)$$

$$-\frac{1}{5} \leq k \leq 1$$

Resposta: $-\frac{1}{5} \leq k \leq 1$

4. Considerando que o apogeu corresponde ao $r_{\text{MÁX}}$ e perigeu corresponde ao $r_{\text{MÍN}}$, logo tem-se:

$$\begin{aligned} \bullet r_{\text{MÁX}} &= \frac{5865}{1+0,15 \cdot (-1)} = \frac{5865}{0,85} = 6.900 \text{ km} \\ \bullet r_{\text{MÍN}} &= \frac{5865}{1+0,15 \cdot (+1)} = \frac{5865}{1,15} = 5.100 \text{ km} \end{aligned}$$

Portanto, o valor de $S = r_{\text{MÁX}} + r_{\text{MÍN}}$ é:

$$S = r_{\text{MÁX}} + r_{\text{MÍN}} = 6.900 + 5.100 = \mathbf{12.000 \text{ km}}$$

Resposta: Letra B

5. (i) O domínio de uma função seno é o conjunto dos números reais, ou seja, $D(f) = \mathbb{R}$.

(ii) Para o conjunto imagem necessita-se determinar os valores máximo e mínimo da função, ou seja:

$$f_{\text{MÍN}} = 1 - 3 \cdot (+1) = 1 - 3 = \mathbf{-2} \quad \text{e} \quad f_{\text{MÁX}} = 1 - 3 \cdot (-1) = 1 + 3 = \mathbf{4}. \text{ Portanto, } \mathbf{Im(f) = [-2, 4]}.$$

(iii) O período da função pode ser obtido pela relação:

$$p = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{4\pi/3} = 2\pi \cdot \frac{3}{4\pi} \rightarrow \mathbf{p = \frac{3}{2}}$$

Resposta: $D(f) = \mathbb{R}$; $Im(f) = [-2, 4]$; $p = 3/2$.

DESAFIO

$$\frac{2 + \sin \theta}{2 + \cos \theta} = 2 \rightarrow 2 + \sin \theta = 4 + 2 \cdot \cos \theta \rightarrow 2 \cdot \cos \theta = \sin \theta - 2$$

$$(2 \cdot \cos \theta)^2 = (\sin \theta - 2)^2 \rightarrow 4 \cdot \cos^2 \theta = \sin^2 \theta - 4 \cdot \sin \theta + 4 \rightarrow$$

$$4 \cdot (1 - \sin^2 \theta) = \sin^2 \theta - 4 \cdot \sin \theta + 4 \rightarrow 5 \cdot \sin^2 \theta - 4 \cdot \sin \theta = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau incompleta, tem-se:

$$(i) \sin \theta = 0 \quad \text{ou} \quad (ii) 5 \cdot \sin \theta - 4 = 0 \rightarrow \sin \theta = 4/5$$

Resposta: $\sin \theta = 0$ ou $\sin \theta = 4/5$