

Nome: _____ Data: / / 2025

Professor: FABRICIO DA CONCEICAO SERGIA 2º Ano do Ensino Médio Turma: _____

(Gabarito) Teste de Álgebra – 4º Bimestre

Resposta da questão 1:

Como a equação possui coeficientes reais suas possíveis raízes racionais são:

$-1, 1, -2, 2, -4$ e 4

Por substituição concluímos que:

$1, 2$ e -1 são suas raízes

Através do Dispositivo prático de Briott-Ruffini, podemos fatorar esta equação:

1	1	-4	5	0	-6	4
-1	1	-3	2	2	-4	0
2	1	-4	6	-4	0	
	1	-2	2	0		

$$x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 6x + 4 = 0 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 - 2x + 2) = 0$$

Determinando suas raízes complexas, temos:

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm 2i}{2} \Rightarrow x = 1 + i \text{ ou } x = 1 - i$$

$$\therefore |1 + i - (1 - i)| = |2i| = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$$

Resposta da questão 2:

Por inspeção, $x = 1$ é raiz. Logo:

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & -3 & 3 & -3 & 1 \\ & & 2 & -1 & 2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$(x - 1)(2x^3 - x^2 + 2x - 1) = 0$$

$$(x - 1)[x^2(2x - 1) + (2x - 1)] = 0$$

$$(x - 1)(2x - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$S = \left\{ 1, \frac{1}{2}, -i, i \right\}$$

Ou seja, a equação possui 1 raiz inteira, 1 racional não inteira e 2 complexas não reais.

Resposta da questão 3:

As demais raízes são dadas por:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x = -2 \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

Logo:

$$S = \left\{-2, \frac{1}{2}, 3\right\}$$

E $P(x) \geq 0$ para:

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x \geq 3$$

Resposta da questão 4:

Determinando as raízes de $p(x)$, obtemos:

$$x = \frac{(-1) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow x = -4 \text{ ou } x = 5.$$

Determinando a terceira raiz r de $q(x)$:

$$-4 + 5 + r = -\frac{-4}{1}$$

$$-4 + 5 + r = 4$$

$$r = 3$$

Portanto, a soma das duas maiores raízes será:

$$3 + 5 = 8$$

Resposta da questão 5:

De acordo com o problema as raízes do polinômio são:

$-1, -1, r$ e $2r$.

Utilizando a relação de soma das raízes de Girard, temos:

$$-1 + -1 + r + 2r = -\frac{-10}{1}$$

$$-2 + 3r = 10$$

$$3r = 12$$

$$r = 4$$

As raízes são, $-1, -1, 4$ e 8 .

Utilizando a forma fatorada de um polinômio, temos:

$$r(x) = 1 \cdot (x - (-1)) \cdot (x - (-1)) \cdot (x - 4) \cdot (x - 8)$$

$$r(x) = (x^2 - 2x + 1) \cdot (x^2 - 12x + 32)$$

$$r(x) = x^4 - 10x^3 + 9x^2 - 12x + 52x + 32 = 0$$

$$\therefore q - p = 32 - 9 \Rightarrow q - p = 23$$