

GABARITO DA 2ª CHAMADA DA PROVA DE GEOMETRIA – 4º Bimestre/2025

1.

a) Do gráfico, tem-se que $f(0) = 1$. Logo, vem $m = 1$. Ademais, sabendo que o período fundamental da função seno é 2π e que o comprimento da onda mede $25 - 5 = 20$ metros, temos $20 = \frac{2\pi}{|n|} \Rightarrow n = \frac{\pi}{10}$, uma vez que $f(5) = 2$.

Resposta: $m = 1$ e $n = \frac{\pi}{10}$.

b) A altura de uma crista corresponde ao valor máximo de f . Logo, como o valor máximo de $\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ é 1, segue que a resposta é $3 + 1 = 4$ metros.

Sabendo que o período fundamental da função seno é 2π e que o coeficiente de x é $\frac{\pi}{2}$, podemos concluir que o comprimento da onda mede $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ metros.

Resposta: 4 metros.

2. Para que a temperatura atinja o seu valor mínimo, é necessário que:

$$\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) = 1 \rightarrow \frac{\pi x}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{R}) \rightarrow x = 2 + 8k$$

Para $k = 0 \Rightarrow x = 2$

Para $k = 2 \Rightarrow x = 18$

Para $k = 1 \Rightarrow x = 10$

Para $k = 3 \Rightarrow x = 26$ (não convém)

Ou seja, a estufa atingiu seu valor mínimo 3 vezes (nos horários de 2h, 10h e 18h).

Resposta: Letra B.

3. a) Como θ é agudo, segue que: $\frac{1}{4} = \frac{1 - \sin\theta}{2} \Leftrightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$.

Do triângulo NAC, vem: $\sin\theta = \frac{R}{R+d} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{6400}{6400+d} \Rightarrow d = 12800 - 6400 = 6.400\text{km}$.

b) Para $\theta = 15^\circ$, segue que $f(15^\circ) = \frac{1 - \sin 15^\circ}{2}$.

Mas $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$= \frac{2,4 - 1,4}{4}$

$= \frac{1}{4}$.

Portanto,

$$f(15^\circ) = \frac{1 - \frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$$

Resposta: $f(15^\circ) = 3/8$.

4. Como $\overline{AB} = \overline{AM}$, podemos concluir que o triângulo ABM é retângulo isósceles, ou seja, $\angle ABM \equiv \angle BMA = 45^\circ$. Ademais, $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{MC}$ implica em $\overline{AC} = 2\overline{AB}$. Portanto, do triângulo ABC, temos:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(45^\circ + \theta) &= \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \theta} = \frac{2\overline{AB}}{\overline{AB}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1 + \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg} \theta} = 2 \\ &\Leftrightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Resposta: Letra B.

5. Desenvolvendo o produto notável $(\sin x + \cos x)^2$, temos:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x, \quad (\text{sendo } \sin^2 x + \cos^2 x = 1)$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad (\text{sendo } 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin(2x))$$

Logo,

$$1 + \sin(2x) = 1 \Rightarrow \sin(2x) = 0$$

$$(i) \quad 2x = 0 + k \cdot 2\pi \rightarrow x = k \cdot \pi$$

$$\text{Para } k = 0 \rightarrow x = 0 \cdot \pi = 0$$

$$k = 1 \rightarrow x = 1 \cdot \pi = \pi$$

$$k = 2 \rightarrow x = 2 \cdot \pi = 2\pi$$

$$k = 3 \rightarrow x = 3 \cdot \pi = 3\pi \equiv \pi$$

$$(ii) \quad 2x = \pi + k \cdot 2\pi \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$$

$$\text{Para } k = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 0 \cdot \pi = \frac{\pi}{2}$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \pi = \frac{3\pi}{2}$$

$$k = 2 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi = \frac{5\pi}{2} \equiv \frac{\pi}{2}$$

Resposta: $V = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi\}$