

GABARITO DA PROVA DE GEOMETRIA – 4º Bimestre/2025

1. Usando as transformações trigonométricas de adição de arcos, temos:

$$(i) \operatorname{sen} 75^\circ = \operatorname{sen} (45^\circ + 30^\circ) = \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$(ii) \cos 75^\circ = \cos (45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Logo,

$$X = \operatorname{sen} 75^\circ + \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Resposta: $X = \frac{\sqrt{6}}{2}$

2. Sendo $\operatorname{sen} \theta = 0,6 = 3/5$ e $\theta \in 2^\circ$ quadrante, temos:

$$(i) \operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \cos \theta = -\frac{4}{5}$$

$$(ii) \operatorname{sen} (2\theta) = 2 \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta = 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$$

$$(iii) \cos (\theta) = \cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25}$$

Portanto,

$$\operatorname{sen} (2\theta) + \cos (2\theta) = -\frac{24}{25} + \frac{7}{25} = -\frac{17}{25} = -0,68$$

Resposta: Letra E

3. Sendo a função trigonométrica $P(t) = 500 + 100 \cdot \cos \left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right)$, temos:

$$a) P_{\text{MÍN}} \rightarrow \cos \left(\frac{\pi \cdot t}{3}\right) = -1 \rightarrow \frac{\pi \cdot t}{3} = \pi + k \cdot 2\pi \rightarrow \frac{t}{3} = 1 + 2 \cdot k \rightarrow t = 3 + 6 \cdot k$$

- Para $k = 0 \rightarrow t = 3$ (março);
- Para $k = 1 \rightarrow t = 9$ (setembro);
- Para $k = 2 \rightarrow t = 15$ (não serve).

Resposta: março e setembro.

$$b) P(5) = 500 + 100 \cdot \cos \left(\frac{\pi \cdot 5}{3}\right) = 500 + 100 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3}\right) = 500 + 100 \cdot \frac{1}{2} = 500 + 50 = 550$$

Resposta: 550 animais

4. Para se determinar a medida do lado BC do triângulo ABC, pode-se utilizar a lei dos cossenos, porém, para isso precisamos determinar o valor de $\cos 105^\circ$. Logo,

$$(i) \cos 105^\circ = \cos (60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

$$(ii) (BC)^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \cos 105^\circ = 4 + 9 - 6 \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} = 13 - \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{6})}{2}$$

Resposta: $BC = \sqrt{13 - 3(\sqrt{2} - \sqrt{6})} \text{ m}$

5. Para se determinar o valor da expressão $X = \frac{4 \cdot \left[\sin \left(\frac{46\pi}{3} \right) \right]^2 - 6 \cdot \cos \left(\frac{38\pi}{3} \right)}{\left[\cos \left(\frac{23\pi}{2} \right) \right]^2 - 3 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{79\pi}{6} \right)}$, podemos determinar os seguintes valores antes:

- $\sin \left(\frac{46\pi}{3} \right) = \sin \left(\frac{4\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- $\cos \left(\frac{38\pi}{3} \right) = \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

- $\operatorname{tg} \left(\frac{79\pi}{6} \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{7\pi}{6} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Logo, substituindo os valores na expressão, tem-se:

$$X = \frac{4 \cdot \left[\sin \left(\frac{46\pi}{3} \right) \right]^2 - 6 \cdot \cos \left(\frac{38\pi}{3} \right)}{\left[\cos \left(\frac{23\pi}{2} \right) \right]^2 - 3 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{79\pi}{6} \right)} = \frac{4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)}{0^2 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{4 \cdot \frac{3}{4} + 3}{0 - \sqrt{3}} = \frac{6}{-\sqrt{3}} = -\frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = -2\sqrt{3}$$

Resposta: Letra B