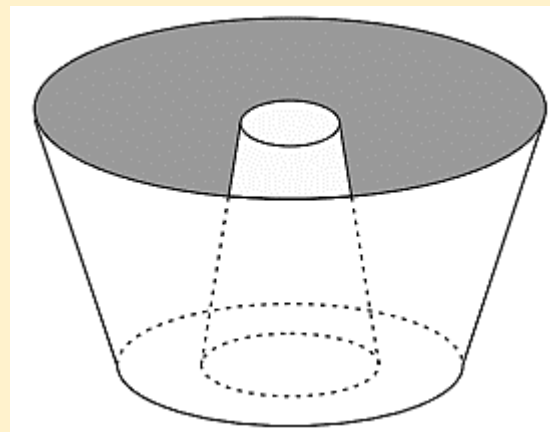
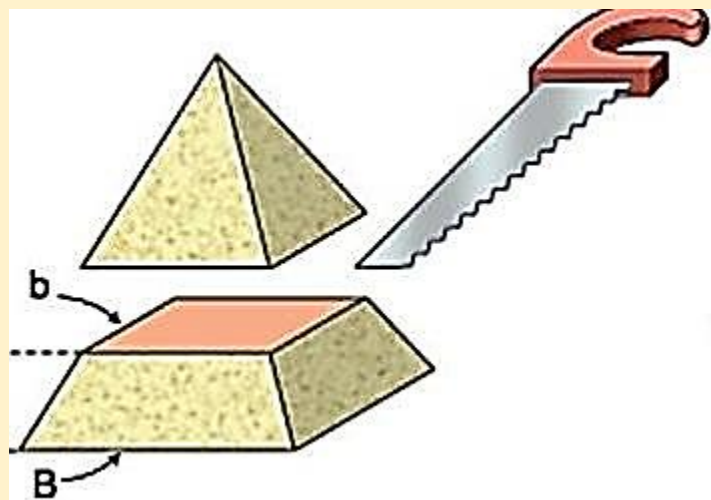




CENTRO EDUCACIONAL MARAPENDI – CEMP

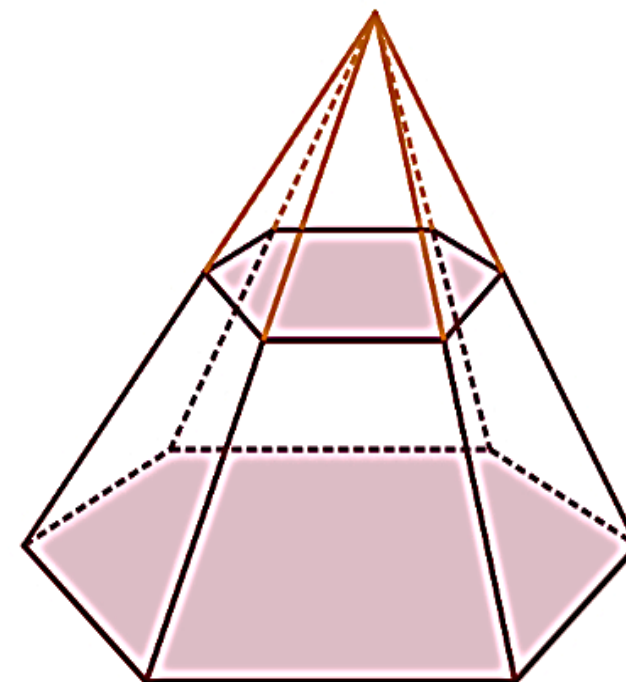
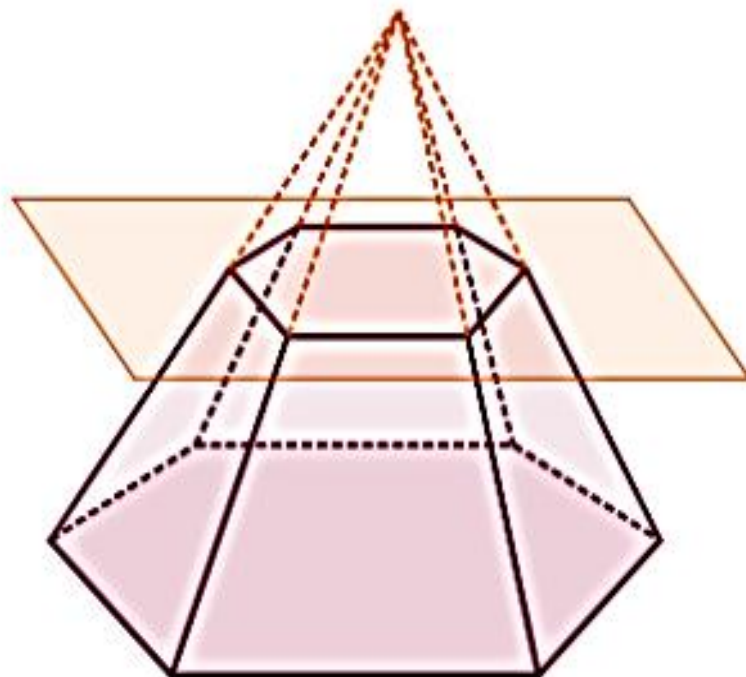
GEOMETRIA - Prof. Clovis Reis

TRONCOS



1. TRONCO DE PIRÂMIDE

O tronco da pirâmide é o sólido formado por uma secção transversal em uma pirâmide.



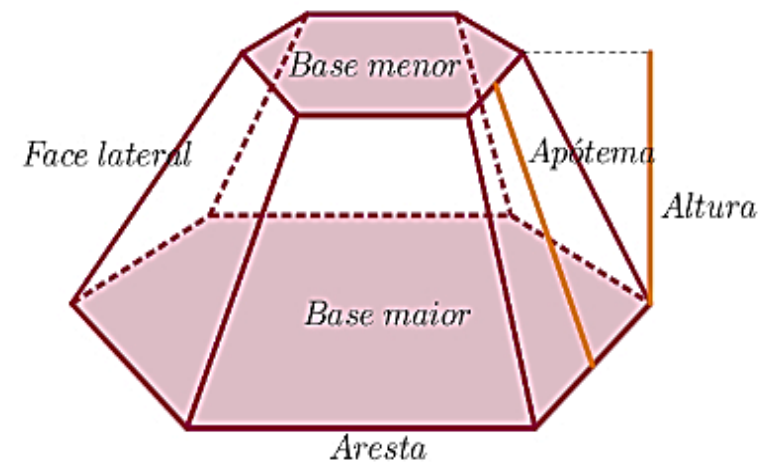
Feita a secção transversal, o conjunto de pontos que fica entre essa secção e a base é o **tronco da pirâmide**.

Elementos do tronco da pirâmide

- **Base maior:** é a base da pirâmide, o polígono que se opõe ao vértice dela;
- **Base menor:** é o polígono formado pela secção transversal;
- **Altura:** é a distância entre a base maior e a base menor.

O **tronco da pirâmide** é chamado de tronco regular quando é obtido de uma pirâmide regular. Para o tronco regular, valem as seguintes propriedades:

- a) As arestas laterais são congruentes;
- b) As bases são semelhantes e, além disso, são polígonos regulares;
- c) Todas as faces laterais são formadas por trapézios isósceles congruentes;
- d) A altura de uma face lateral qualquer é chamada de apótema.



1.A) Área do tronco da pirâmide

A área do tronco da pirâmide é determinada pela soma das áreas de todos os polígonos que o formam.

$$A_T = A_B + A_L + A_b$$

1.B) Volume do tronco da pirâmide

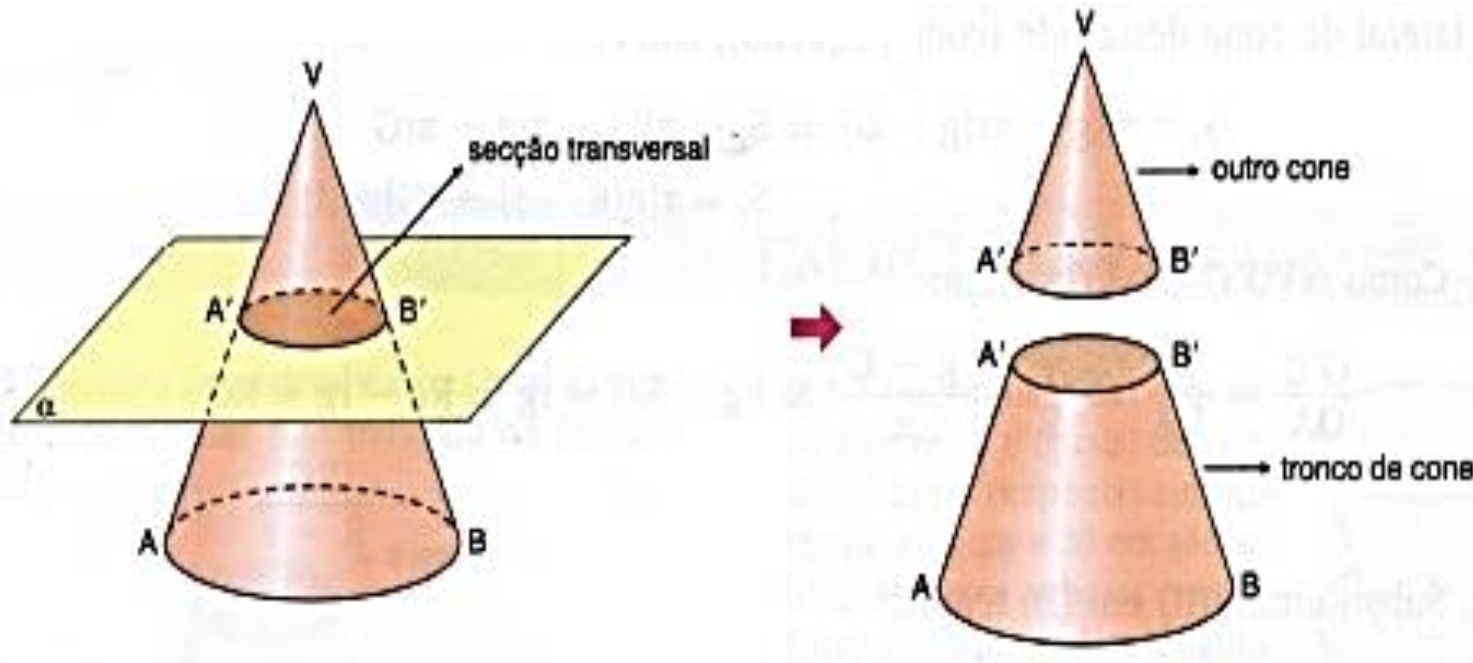
A melhor forma de calcular o volume do tronco de uma pirâmide é subtrair do volume da pirâmide o volume do outro sólido formado pela secção transversal. Esse sólido é uma segunda pirâmide, menor que a primeira, cuja área da base será aqui por A_b . A área da base maior será representada por A_B .

Também é possível calcular pela fórmula:

$$V = \frac{h}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$$

2. TRONCO DE CONE

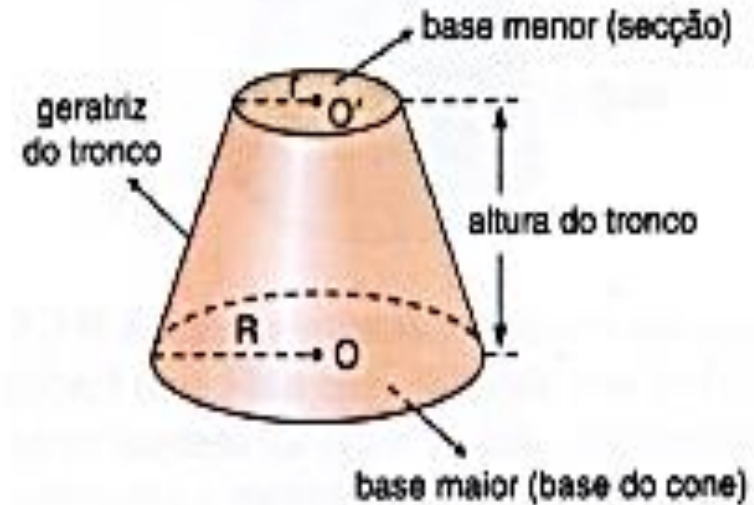
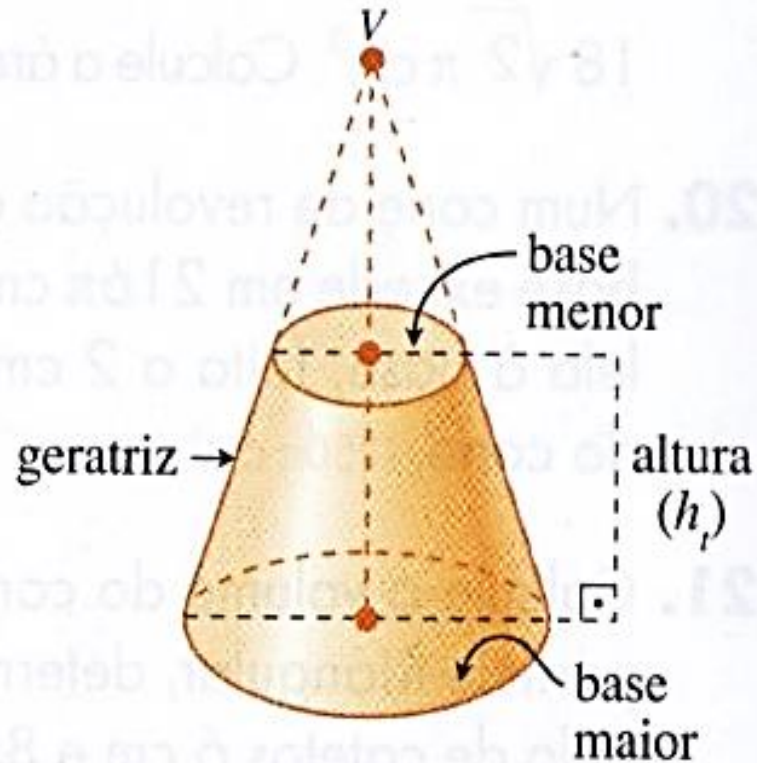
O tronco de cone é o sólido formado por uma secção transversal em um cone.



Feita a secção transversal, o conjunto de pontos que fica entre essa secção e a base é o **tronco do cone**.

Num tronco de cone, destacamos:

- **Bases do tronco:** são as bases do cone e da secção;
- **Altura:** é a distância entre as bases do tronco;
- **Raios das bases:** são os raios das bases maior e menor;
- **Geratriz:** segmento com extremidades nas circunferências das bases.



2.A) Área lateral do tronco do cone

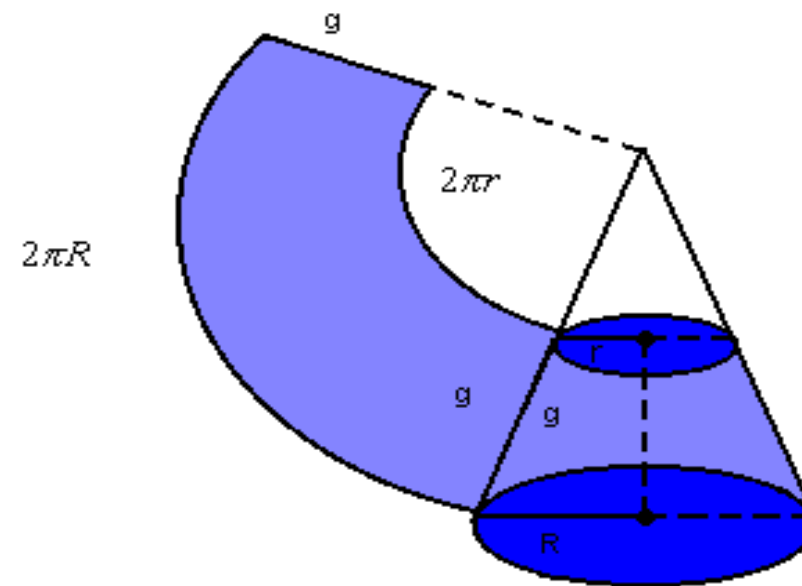
De forma similar à área do trapézio, podemos obter a área lateral do cone.

$$A_L = \pi.(R + r).g$$

2.B) Área total do tronco do cone

A área do tronco do cone é determinada pela soma das áreas de todas as áreas que o formam.

$$A_T = A_B + A_L + A_b$$

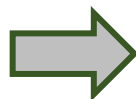


2.C) Volume do tronco do cone

A melhor forma de calcular o volume do tronco de um cone, semelhante ao de pirâmide, é subtrair do volume do cone o volume do outro sólido formado pela secção transversal. Esse sólido é um segundo cone, menor que o primeiro, cuja área da base será aqui por A_b . A área da base maior será representada por A_B .

Também é possível calcular pela fórmula:

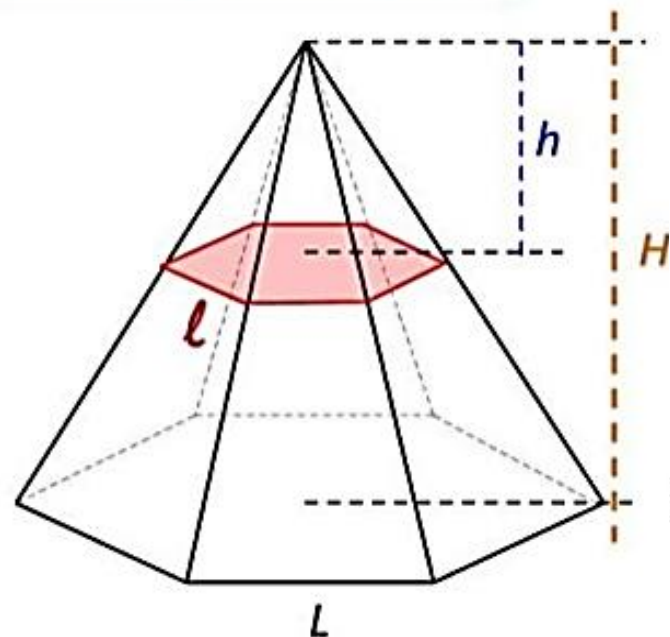
$$V = \frac{h}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$$



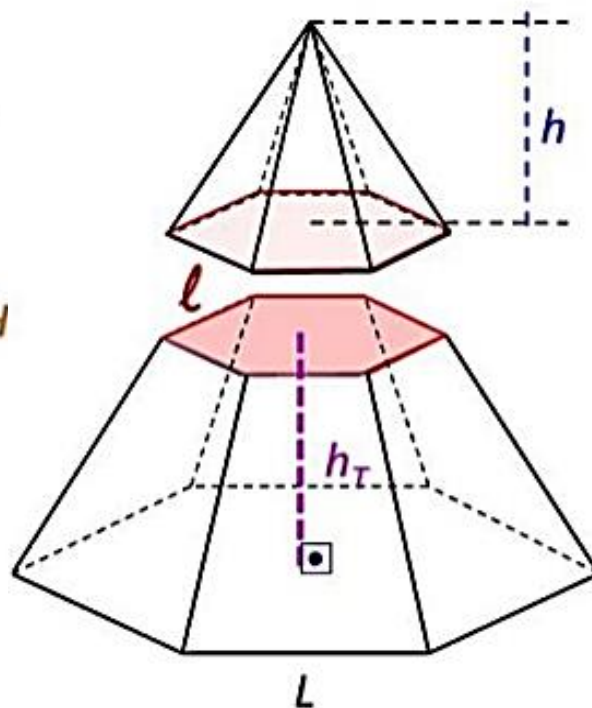
$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

3. SEMELHANÇA

Tronco de Pirâmide

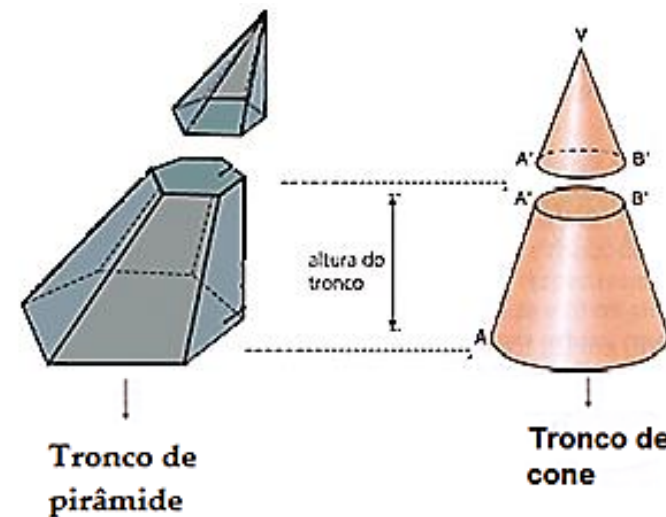


$$\frac{A_b}{A_B} = \frac{\ell^2}{L^2} = \frac{h^2}{H^2} = \dots$$

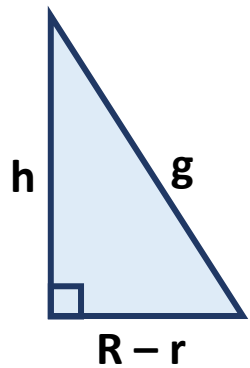
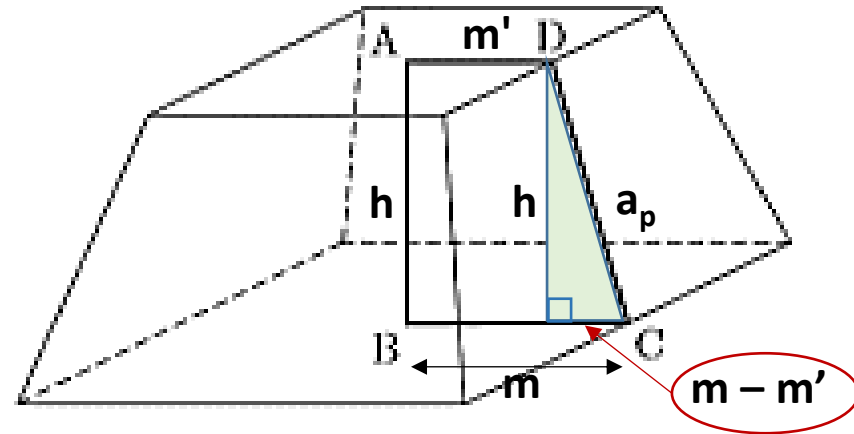
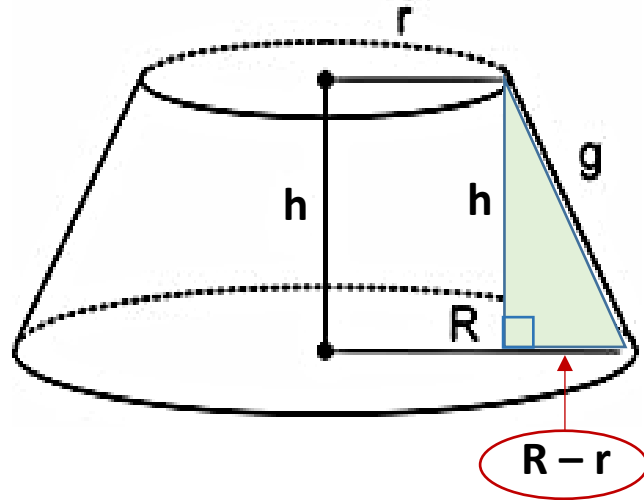


$$\frac{V_p}{V_T} = \frac{\ell^3}{L^3} = \frac{h^3}{H^3} = \dots$$

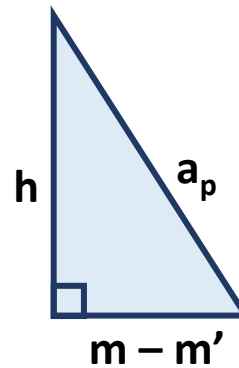
As relações de semelhança entre as pirâmides também ocorre com os cones quando seccionados transversalmente.



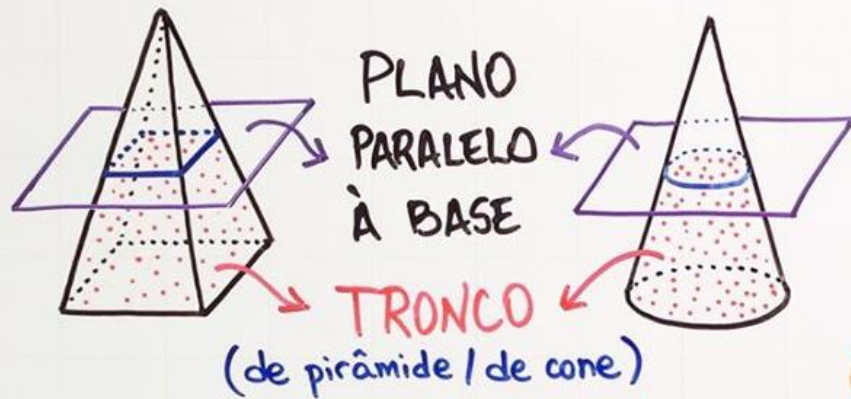
RELAÇÕES PITAGÓRICAS



$$g^2 = h^2 + (R - r)^2$$



$$(a_p)^2 = h^2 + (m - m')^2$$



PROPRIEDADES DAS PIRÂMIDES E DOS CONES RETOS

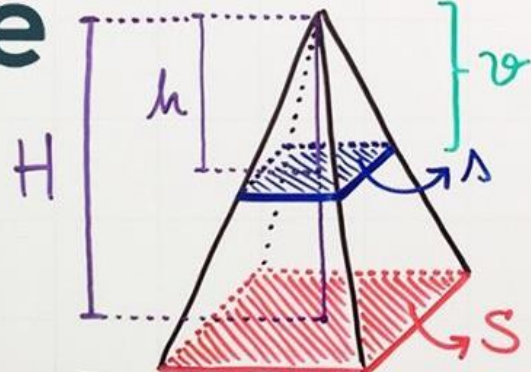


CAI NO ENEM!



TAMBÉM VALE PARA CONE!

e



$$① \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{\Delta}{S}$$

$$② \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \frac{v}{V}$$

$$③ \left(\frac{\Delta}{S}\right)^3 = \left(\frac{v}{V}\right)^2$$



NUNCA USE O TRONCO PARA MONTAR AS RAZÕES!

Referências:

<https://www.gestaoeducacional.com.br/>

<https://www.proenem.com.br/>

<https://www.tutorbrasil.com.br/>

<https://www.researchgate.net/>

<https://pt.slideshare.net/>

<https://www.somatematica.com.br/>

<https://mundoeducacao.uol.com.br/>

<https://brasilecola.uol.com.br/>