

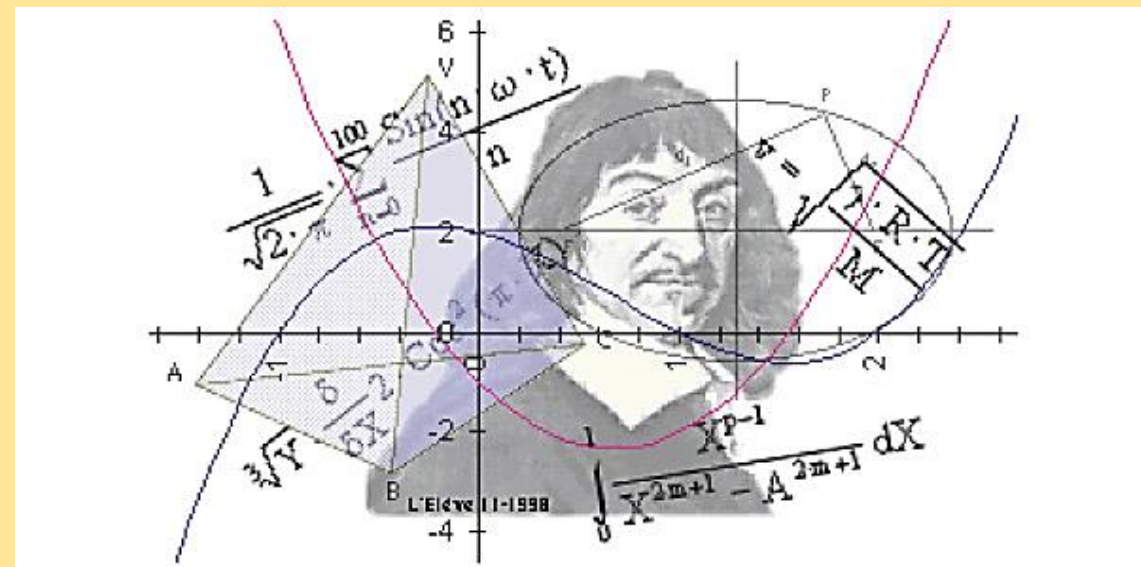


CENTRO EDUCACIONAL MARAPENDI – CEMP

GEOMETRIA - Prof. Clovis Reis

# GEOMETRIA ANALÍTICA

## PONTO



# 1. GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria Analítica estabelece conexões entre geometria e álgebra, de modo que os conceitos da geometria são analisados por meio de processos algébricos.

A Geometria Analítica foi criada pelo matemático francês (também filósofo e físico) René Descartes.

Todos os objetos, figuras e relações já obtidas na geometria euclidiana clássica (geometria plana e espacial) são estudados na geometria analítica por meio de álgebra. Isso expande os conceitos da geometria, analisando essa geometria de um modo completamente novo, com a introdução de conceitos que antes não podiam ser considerados.

## As bases da Geometria Analítica

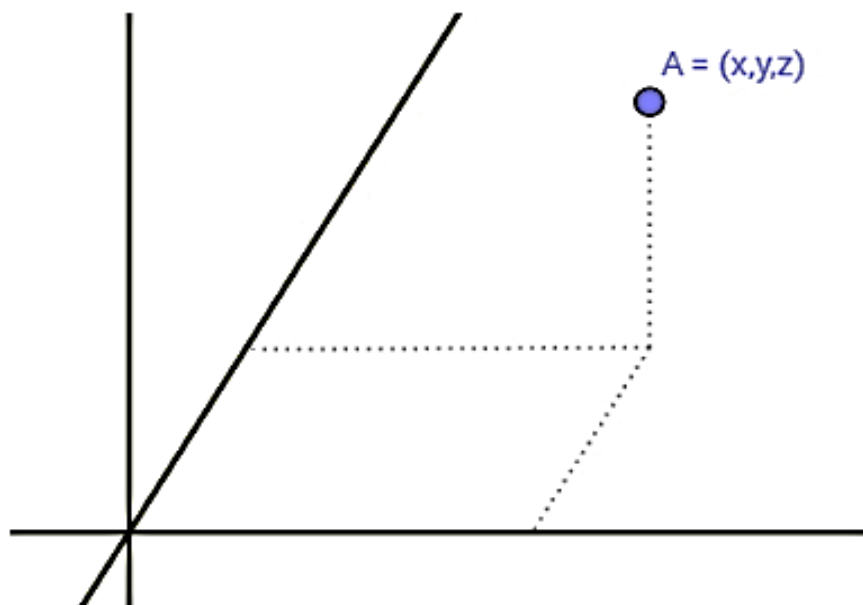
A base da **Geometria Analítica** está em representar os pontos de uma reta utilizando os números reais. Cada ponto de uma reta é representado por (ou representa) um único número real. Esse número real é obtido pela distância entre o referido ponto e a origem da reta, que é o ponto relacionado com o número zero.

O conceito de **distância**, portanto, é um dos mais importantes dentro da **Geometria Analítica**. Por meio dele são definidos outros conceitos importantes, como os de **círculo** e **circunferência**. Além disso a maioria das definições algébricas de figuras geométricas é obtida por intermédio do conceito de distância.

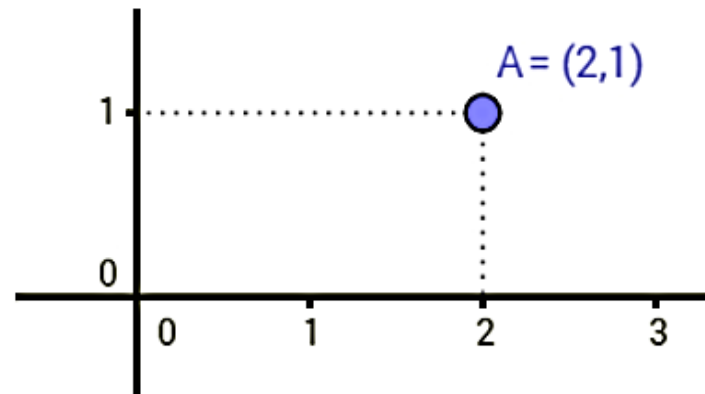


Exemplo de representação do ponto de uma reta por um número real

Posteriormente, essa ideia foi expandida para a representação de pontos no plano, de modo que cada ponto do plano é representado por um único par de números reais conhecido como par ordenado. A imagem abaixo ilustra como o par ordenado  $(2, 1)$  representa o ponto A.



Exemplo da representação de um ponto no espaço por um terço ordenado



Exemplo da representação de um ponto no plano por um par de números reais

Já os pontos do espaço são representados por um conjunto de três números reais, conhecidos como ternos ordenados. Cada terço ordenado representa apenas um único ponto no espaço.

Se um ponto pertence a uma reta e é representado por um número real, dizemos que o espaço onde esse ponto está localizado (a reta) possui apenas uma dimensão e o número real é chamado de **coordenada do ponto**.

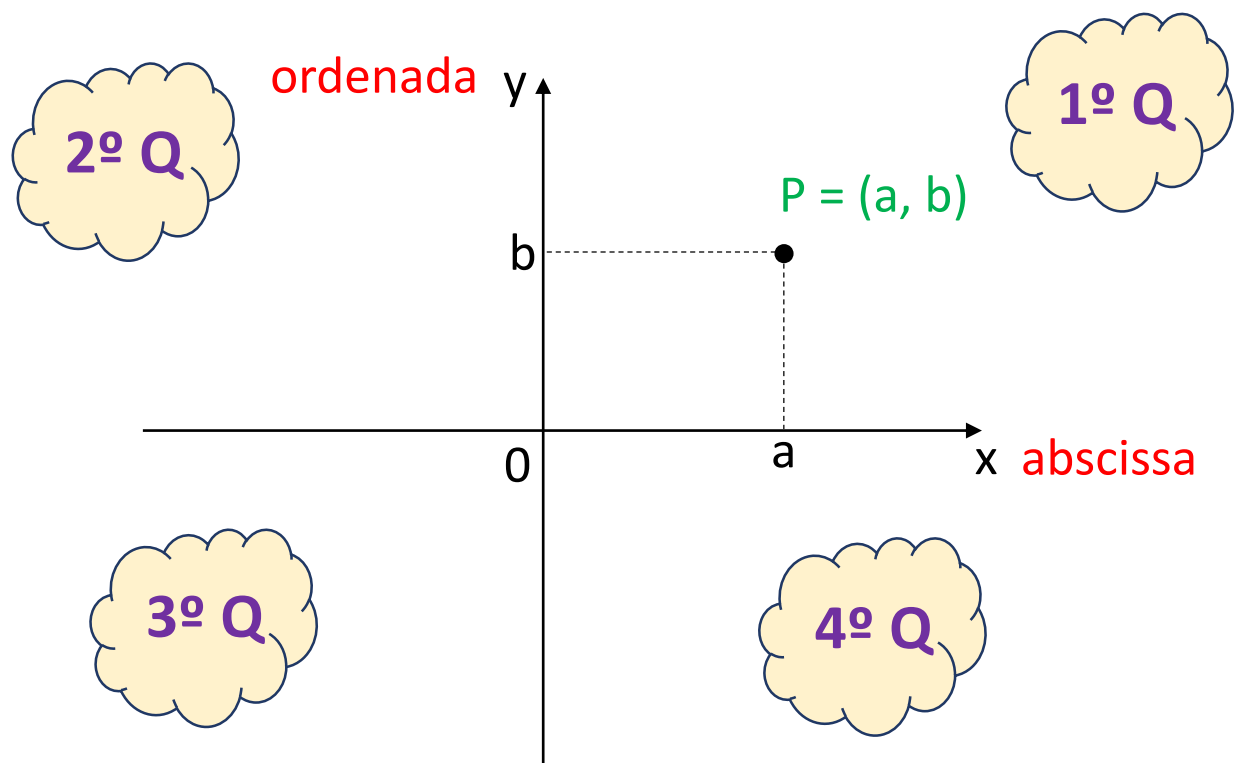
Caso o ponto pertença a um plano, é representado por um par de números reais. O espaço onde está localizado (o plano) possui duas dimensões e esse ponto possui **duas coordenadas**.

Desse modo, o número de coordenadas que um ponto possui é igual ao número de dimensões que possui o espaço onde esse ponto está localizado. O ponto pertencente ao espaço tridimensional, por exemplo, possuirá três dimensões e será representado por **três coordenadas**.

Portanto, qualquer objeto matemático, figura geométrica, forma, etc., que esteja no espaço pode ser representado geometricamente por um desenho ou algebricamente por uma fórmula matemática. Essa fórmula é o que materializa a **Geometria Analítica** e conecta a geometria à álgebra.

## 2. SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

O Sistema de Coordenadas Cartesianas ou Plano Cartesiano consiste em dois eixos reais perpendiculares entre si. O eixo horizontal é chamado de **eixo das abscissas**, e o eixo vertical é chamado de **eixo das ordenadas**.

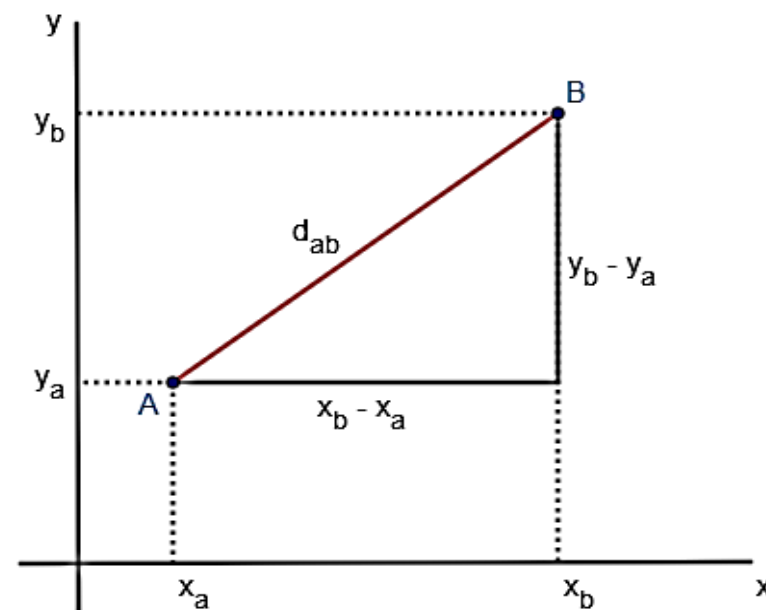


Os eixos dividem o plano em quatro regiões, chamadas de **quadrantes**, e nomeados por números cuja ordem é dada no sentido anti-horário.

### 3. DISTÂNCIA ENTRE 2 PONTOS

A distância entre os pontos  $A = (x_A, y_A)$  e  $B = (x_B, y_B)$  é definida pelo segmento de reta  $AB$ , que podemos representar por  $d_{AB}$  ou  $\overline{AB}$ .

Observe que a distância entre os pontos A e B é a hipotenusa do triângulo, que é retângulo, portanto pode-se relacionar essa medida com as distâncias entre as abscissas e as distâncias entre as ordenadas através do Teorema de Pitágoras:

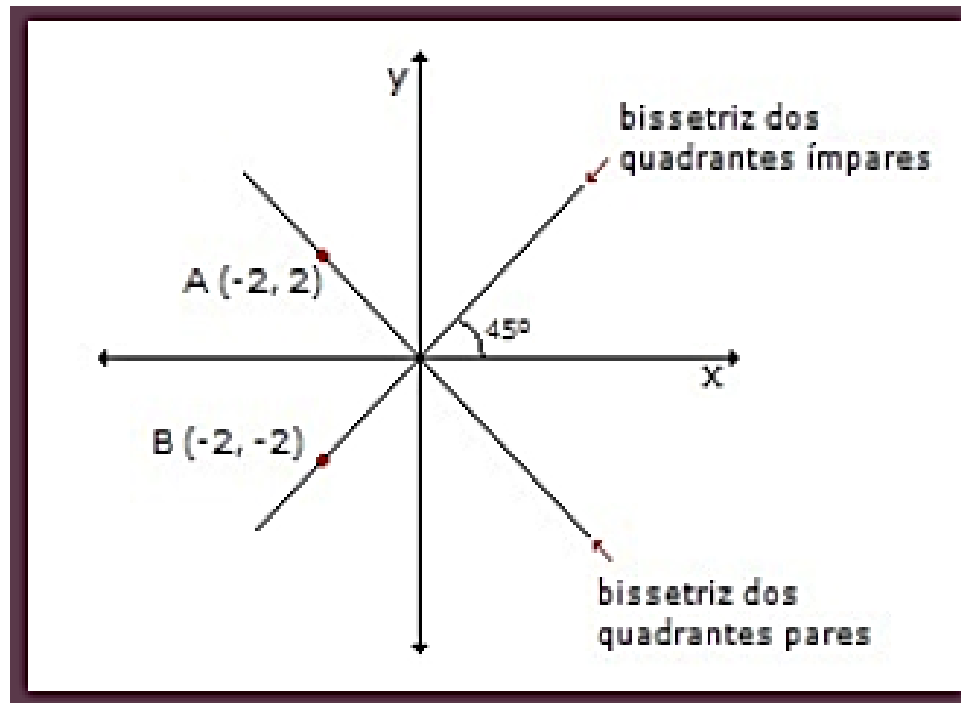


$$(d_{ab})^2 = (x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 \Rightarrow$$

$$d_{ab} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

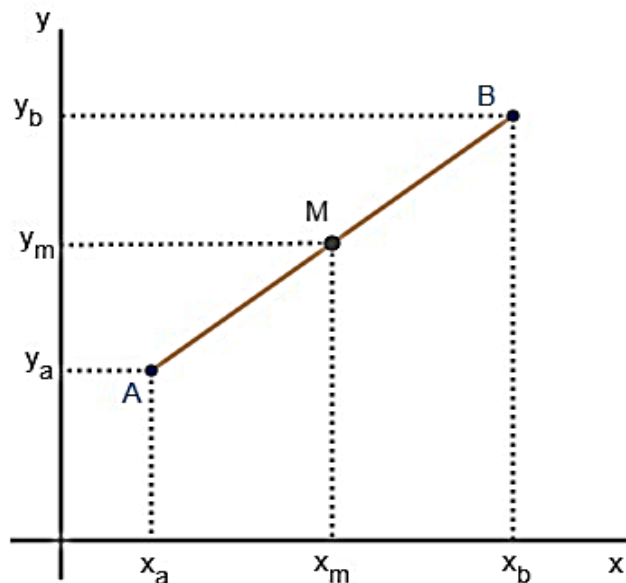
## ► BISSETRIZES

As bissetrizes são retas que “cortam” exatamente o centro do plano cartesiano, o ponto  $(0, 0)$ , e formam um ângulo de  $45^\circ$  com os eixos  $x$  e  $y$ . As coordenadas dos pontos que estão sobre a bissetriz que se encontra nos quadrantes **pares** são sempre opostos. Já os pontos sobre a bissetriz dos quadrantes **ímpares**, terão os valores de  $x$  e  $y$  iguais.



## 4. PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO

O ponto médio é o ponto que divide o segmento de reta ao meio e com isso, é equidistante aos pontos de extremidades do segmento.



$$M = (x_m, y_m)$$

As coordenadas do ponto médio (ponto médio) são dadas por:

$$x_m = \frac{x_a + x_b}{2} \quad ; \quad y_m = \frac{y_a + y_b}{2}$$

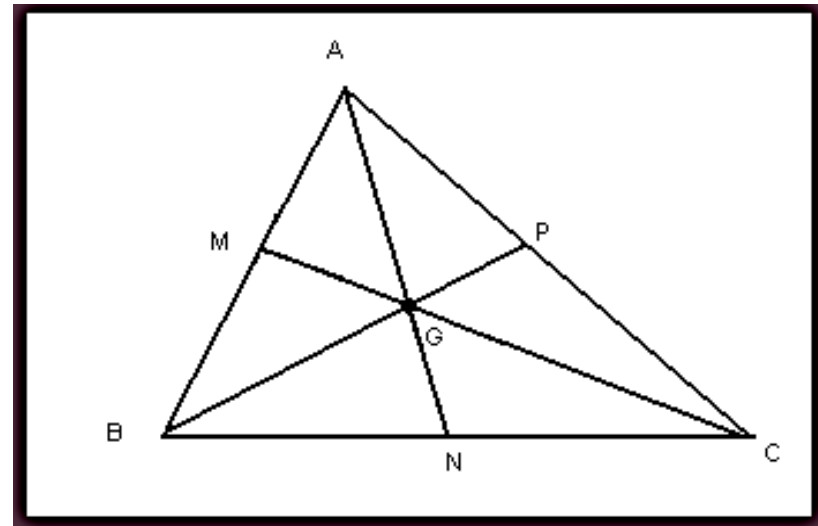
## ► MEDIANA DE UM TRIÂNGULO

A mediana de um triângulo é o segmento cujas extremidades são um dos vértices desse triângulo e o ponto médio do lado oposto a esse vértice.

Um triângulo possui três medianas.

## ► BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO

O baricentro é o ponto de encontro das três medianas de um triângulo.

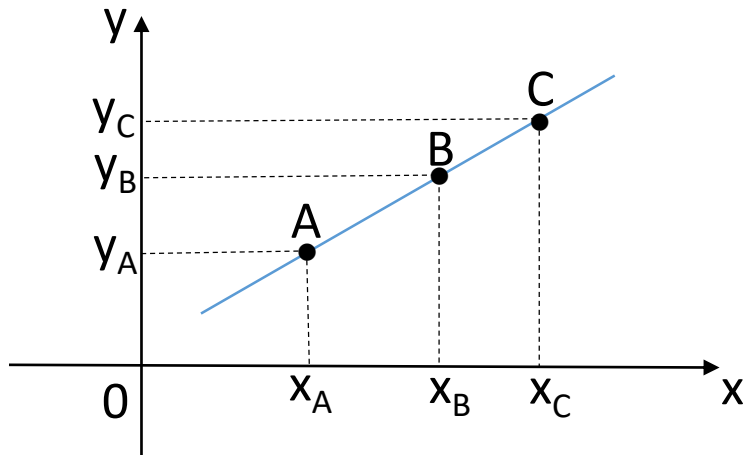


O baricentro (G) pode ser calculado por:

$$G = \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

## 5. CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE 3 PONTOS

Para que três pontos distintos estejam alinhados, suas coordenadas devem seguir a seguinte condição:



$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad *$$

⇒ SUGESTÃO PARA CÁLCULO MAIS PRÁTICO:

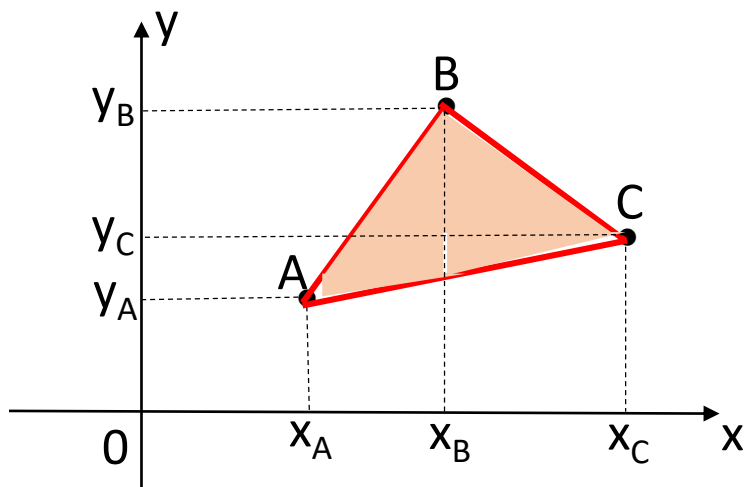
$$\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = 0 \quad **$$

\* Repete-se as duas primeiras colunas.

\*\* Repete-se a primeira coluna.

## 6. ÁREA DE UM TRIÂNGULO

Para calcular a área de um triângulo ABC sabendo as coordenadas de cada um de seus vértices, através da metade do cálculo do determinante dessas três coordenadas.



$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}^*$$

⇒ SUGESTÃO PARA CÁLCULO MAIS PRÁTICO:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix}^{**}$$

\* Repete-se as duas primeiras colunas.

\*\* Repete-se a primeira coluna.

## **Referências:**

Matemática (Ensino Médio). Vol. Único. Iezzi, Gelson. Dolce, Osvaldo. Degenszajn, David. Périgo, Roberto. 6ª edição. São Paulo. Ed. Atual, 2015.

<https://brasilecola.uol.com.br/>

<https://sites.google.com/>

<https://mundoeducacao.uol.com.br/>

<https://realizeeducacao.com.br/>